弯扭组合时的内力素测定

一、实验目的

1、用实验方法测定弯扭组合时薄壁圆筒横截面上的扭矩和弯矩；

2、进一步熟悉桥路接线方法的特点和应用；

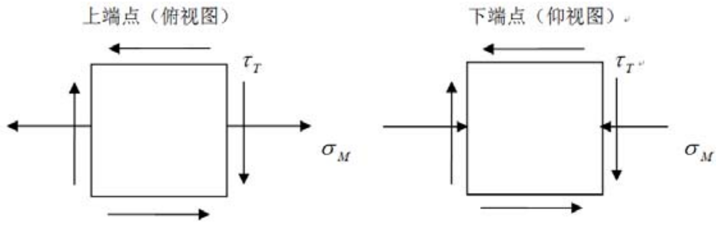
二、实验设备

1、弯扭组合实验装置；

2、DH—3818 静态应变测试仪；

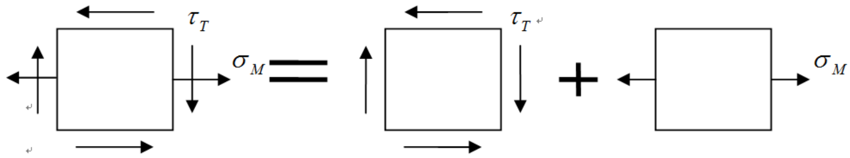
三、实验原理

薄壁圆筒在弯扭组合变形时（见“弯扭组合变形时的主应力测定”实验），圆筒横截面上的上、下两端点为该截面的危险点，其应力状态可用以下单元体表示：



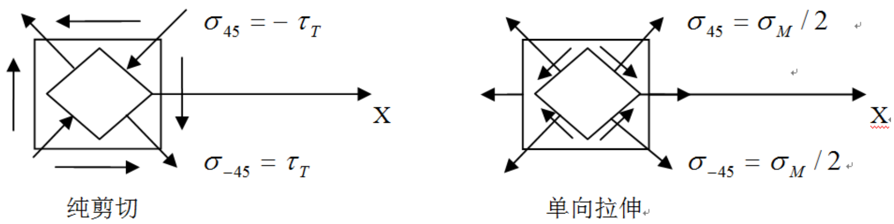
σ_M 为弯矩对应的正应力，τ_T 为扭矩对应的切应力。下面以上端点为例用“叠加原理”分析该点的应力和应变情况。

上端点的应力状态可以分解为纯剪切和单向拉伸两种简单应力状态，如下图所示：



同理，下端点则可分解为纯剪切和单向压缩两种简单应力状态。

纯剪切应力状态和单向拉伸应力状态在与 x 轴成 45 度的两个方向面上的应力分别如下图所示：



由理论分析可知，当圆筒受纯扭转时，主应力 σ_1 与 x 轴成 45° 夹角且与切应力 τ_T 相等。

平面应力状态时，两个互垂方向（x 向，y 向）的线应变与其正应力的关系由广义胡克定律可知：

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) \qquad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x)$$

上图所示的纯剪切和单向拉伸时与 x 轴成 45 度的两个方向（互垂）的线应变分别为：

纯剪切：　$\varepsilon_{-45}=\frac{1}{E}[\tau_T-\mu(-\tau_T)]$　　$\varepsilon_{45}=\frac{1}{E}[(-\tau_T)-\mu\tau_T]=-\frac{1}{E}[\tau_T-\mu(-\tau_T)]$

单向拉伸：$\varepsilon_{-45}=\frac{1}{E}[\frac{\sigma_M}{2}-\mu(\frac{\sigma_M}{2})]$　　$\varepsilon_{45}=\frac{1}{E}[\frac{\sigma_M}{2}-\mu(\frac{\sigma_M}{2})]$

上端点在与 x 轴成 45 度的两个方向（互垂）的线应变由两者叠加而得：

$$\varepsilon_{-45}=\frac{1}{E}[\tau_T-\mu(-\tau_T)]+\frac{1}{E}[\frac{\sigma_M}{2}-\mu(\frac{\sigma_M}{2})]$$

$$\varepsilon_{45}=-\frac{1}{E}[\tau_T-\mu(-\tau_T)]+\frac{1}{E}[\frac{\sigma_M}{2}-\mu(\frac{\sigma_M}{2})]$$

同理下端点在与 X 轴成 45 度的两个方向（互垂）的线应变为：

$$\varepsilon_{-45}=\frac{1}{E}[\tau_T-\mu(-\tau_T)]+\frac{1}{E}[(-\frac{\sigma_M}{2})-\mu(-\frac{\sigma_M}{2})]$$

$$\varepsilon_{45}=-\frac{1}{E}[\tau_T-\mu(-\tau_T)]+\frac{1}{E}[(-\frac{\sigma_M}{2})-\mu(-\frac{\sigma_M}{2})]$$

四、实验方法

薄壁圆筒测量横截面的上、下端点上分别贴图 3-1 所示的应变花，用 a、b、c 分别代表上端点 m 在与 x 轴成－45°、0°、45°三个方向的应变片，用 c'、b'、c'分别代表下端点 m'在与 x 轴成－45°、0°、45°三个方向的应变片，注意上述方位对上端点用俯视，对下端点用仰视，即 a 片垂直对应的是 c'片。

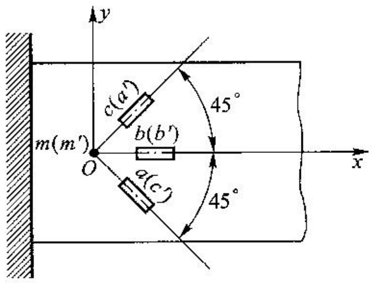


图 4-1 直角应变花分布图

分析后可知，在纯扭转时，m 点的应变片 a 和 c 及 m'点的应变片 a'和 c'都沿着主应力的方向，又因主应力 σ_1 和 σ_2 数值相等符号相反，故四枚应变片的应变的绝对值相同，且 ε_a 和 $\varepsilon_{a'}$ 同号，且与 ε_c 和 $\varepsilon_{c'}$ 异号。当前虽然是扭弯组合，但如在上述四枚应变片的应变中增加弯曲引起的应变，带入下面的电桥公式中将相互抵消，上述结果不变。

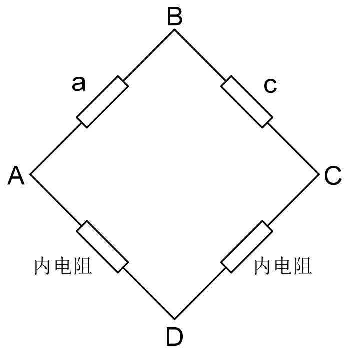
$$\varepsilon_r=\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_3-\varepsilon_4$$

上式反映了应变仪的读数应变值与四个桥臂应变值的关系，相邻桥臂应变相减，相对桥臂的应变相加。根据这一电桥特性，利用 45°应变花的应变片按照合理方式组桥后，便可

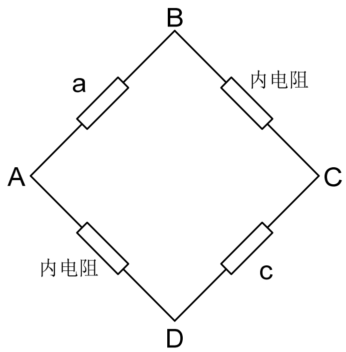
根据测量的应变值计算薄壁圆筒横截面上的扭矩和弯矩。

下面给出两种测量扭矩和弯矩的方法：

方法一、利用 a、c 片测扭矩和弯矩



桥路（1）



桥路（2）

桥路（1）：$\varepsilon_r = \varepsilon_a - \varepsilon_c + \varepsilon_{内电阻} - \varepsilon_{内电阻} = (\varepsilon_{-45} + \varepsilon_{WD}) - (\varepsilon_{45} + \varepsilon_{WD}) + 0 - 0$

$$= \varepsilon_{-45} - \varepsilon_{45} = \frac{2}{E}[\tau_T - \mu(-\tau_T)]$$

其中，ε_{WD} 为温度引起的应变。

还因为扭转时主应力 σ_1 与切应力 τ_T 相等，故有

$$\sigma_r = \tau_T = \frac{TD}{2I_P} = \frac{16TD}{\pi(D^4 - d^4)}$$

由以上两式不难求得扭矩 T 为

$$T = \frac{E\varepsilon_r}{2(1+\mu)} \cdot \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D}$$

桥路（2）：$\varepsilon_r = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 = (\varepsilon_{-45} + \varepsilon_{WD}) - \varepsilon_{内电阻} + (\varepsilon_{45} + \varepsilon_{WD}) - \varepsilon_{内电阻}$

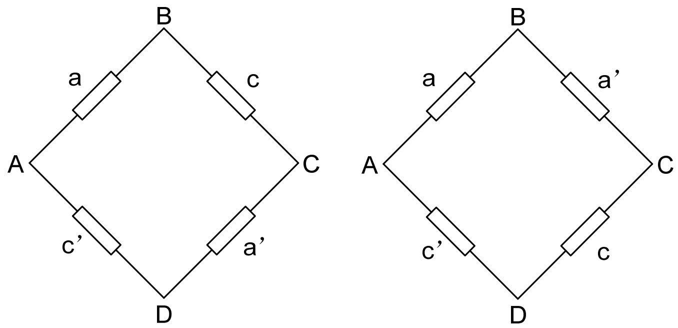
$$= \varepsilon_{-45} + \varepsilon_{45} = \frac{2}{E}[\frac{\sigma_M}{2} - \mu(\frac{\sigma_M}{2})]$$

其中，ε_{WD} 为温度引起的应变。

又因为 $\sigma_M = \frac{M \cdot D}{2I} = \frac{32MD}{\pi(D^4 - d^4)}$，可得

$$M = \frac{E\varepsilon_r}{1-\mu} \cdot \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D}$$

方法二、利用 a、c 、a’、c’片测扭矩和弯矩



桥路（3）　　　　　　桥路（4）

桥路（3）：$\varepsilon_r = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 = 上端点(\varepsilon_{-45} - \varepsilon_{45}) + 下端点(\varepsilon_{-45} - \varepsilon_{45})$

$$= \frac{4}{E}[\tau_T - \mu(-\tau_T)]$$

其中，ε_{WD} 为温度引起的应变。

还因为扭转时主应力 σ_1 与切应力 τ_T 相等，故有

$$\sigma_{\mathrm{r}} = \tau_T = \frac{TD}{2I_P} = \frac{16TD}{\pi(D^4 - d^4)}$$

由以上两式不难求得扭矩 T 为

$$T = \frac{E\varepsilon_r}{4(1+\mu)} \cdot \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D}$$

桥路（4）：$\varepsilon_r = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 = 上端点(\varepsilon_{-45} + \varepsilon_{45}) - 下端点(\varepsilon_{-45} + \varepsilon_{45})$

$$= \frac{4}{E}[\frac{\sigma_M}{2} - \mu(\frac{\sigma_M}{2})]$$

其中，ε_{WD} 为温度引起的应变。

又因为 $\sigma_M = \frac{M \cdot D}{2I} = \frac{32MD}{\pi(D^4 - d^4)}$，可得

$$M = \frac{E\varepsilon_r}{2(1-\mu)} \cdot \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D}$$

五、实验步骤

1、应变仪参数设定：打开应变仪的电源开关，仪器进行自检工作，依次显示 1～10 路通道号；按下【设置】键，显示当前仪器的修正系数；按下数字键改变修正系数为“0.9615”（对应应变片灵敏度 K=2.08），按下【确认】键完成修改。

2、接线：根据测量内容，正确选定圆筒梁上表面 m 点（或下表面 m’点）的应变花。
如使用方法一进行测量时，将电阻应变片 a 和 c 与应变仪内电阻按 1 /2 桥路接线方法接至电阻应变仪上，参见应变仪的连接示意图。
如使用方法二进行测量时，将电阻应变片 a、c、a’和 c’按全桥路接线方法接至电阻应变仪上，参见应变仪的连接示意图。

3、应变仪调零：依次按下【1】→【确认】→【平衡】键调节通道 1；完成通道的初始空载调节。

4、加载测量：将砝码盘及加力杆的自重作为初载荷 F_0，加载采用等增量加载法，依次加载 3 个砝码，每次加载 1 个砝码（1 千克），即最大载荷 $F_{\max}$ 为 3 千克。

5、卸载并检查数据：拿掉全部砝码。

6、重复测量：按上述“3”“4”“5”步骤重复测量三次。重复测量中出现的偏差大小，表明本次测量的可靠程度。当测量点的偏差较大时，需要查找原因后再进行重复测量。

7、整理测量数据：按要求把测量的原始数据记录在实验报告的表 2 上，经指导老师检查并签字后完成测量。

8、复原：测量完成后，应该按要求将所用实验装置、仪器和工具等整理好，方可离开实验室。

六、实验数据处理与分析

计算弯矩和扭矩时，选取加载最大载荷时测量值的平均值进行计算。三次测量中，重复性不好或线性不好的一组数据应作为可疑数据，舍去或重做。

1、实测值的计算

参见实验方法。

2、理论值的计算

$$M = F_{\max} \cdot l\text{，}\ T = F_{\max} \cdot a$$

对比实测值与理论值，算出相对误差。

六、实验注意事项

同“弯扭组合时的主应力测定”实验

七、实验预习内容

1、薄壁圆筒弯扭组合变形时横截面上危险点的位置及该点的应力状态；

2、平面应力状态的广义胡克定律；

3、应变仪的桥路应用。

4、除上述例举的四个应用桥路外，还可以用其他桥路测量扭矩和弯矩，可以自行组桥并运用到此实验中。

表 4-1 弯扭组合实验装置参数表

薄壁外径 D(mm)	薄壁内径 d(mm)	L（mm）	a（mm）	泊松比μ	弹性模量 E(GPa)	灵敏系数 K	电阻值 R

34.82	33.98	400	500	0.28	202	2.08	120

表 4-2 弯扭组合实验原始数据表

<table>
<tr><th rowspan="2">测量次数</th><th rowspan="2" colspan="2">载荷（N）</th><th colspan="2">应变仪读数</th><th colspan="2">弯矩、扭矩</th></tr>
<tr><th>弯矩 ε_{r}</th><th>扭矩 ε_{r}</th><th>实验值</th><th>理论值</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1</td><td>初载</td><td>$F_0 =$</td><td></td><td></td><td rowspan="6">$T_{实} =$
$M_{实} =$</td><td rowspan="6">$T_{理} =$
$M_{理} =$</td></tr>
<tr><td>加载 1</td><td>$F_1 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>加载 2</td><td>$F_2 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>加载 3</td><td>$F_3 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>卸载</td><td>$F_4 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">2</td><td>初载</td><td>$F_0 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>加载 1</td><td>$F_1 =$</td><td></td><td></td><td colspan="2">误差</td></tr>
<tr><td>加载 2</td><td>$F_2 =$</td><td></td><td></td><td colspan="2" rowspan="10">$\delta_{(T)} = \left|\dfrac{T_{理} - \mathrm{T}_{实}}{T_{理}}\right| \times 100\% =$
$\delta_{(M)} = \left|\dfrac{M_{理} - \mathrm{M}_{实}}{M_{理}}\right| \times 100\% =$</td></tr>
<tr><td>加载 3</td><td>$F_3 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>卸载</td><td>$F_4 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">3</td><td>初载</td><td>$F_0 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>加载 1</td><td>$F_1 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>加载 2</td><td>$F_2 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>加载 3</td><td>$F_3 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>卸载</td><td>$F_4 =$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">最大载荷时应变的平均值</td><td></td><td></td></tr>
</table>